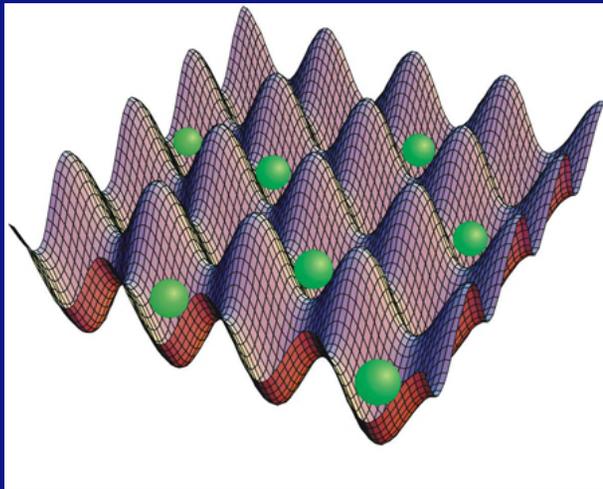


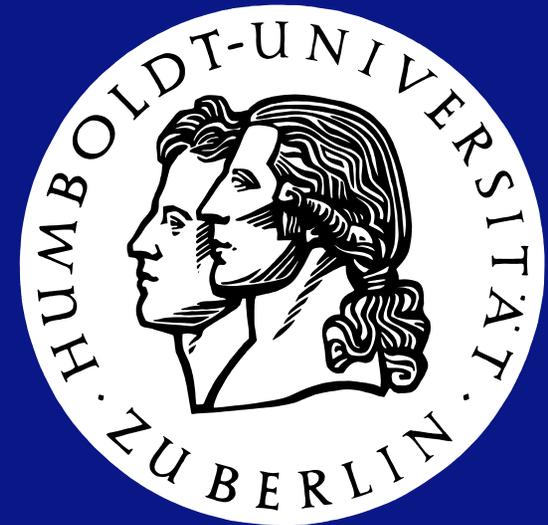
# Ultrakalte Atome in optischen Gittern als Quantensimulatoren

*Seminar Optik/Photonik*



[http://www.ptb.de/de/org/4/nachrichten4/2006/Bilder/grund11\\_432\\_1.jpg](http://www.ptb.de/de/org/4/nachrichten4/2006/Bilder/grund11_432_1.jpg)

Johann Förster  
Institut für Physik  
Humboldt-Universität  
zu Berlin



(16.05.2011)

# Gliederung

1. Motivation: Quantensimulatoren
2. Optische Gitter
3. Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern
4. Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen
5. Quantensimulation eines Antiferromagneten
6. Zusammenfassung und Ausblick

# Motivation: Quantensimulatoren

- Problematisch: Simulation von N-Teilchen-Quantensystemen auf klassischen Computern
- Feynman (1982): Aufwand (z.B. Speicherbedarf) steigt exponentiell mit Problemgröße N (auf klass. Computern), nur Quantensystem kann die N-Teilchen-Schrödingergleichung **effizient** lösen
- Feynmanscher Quanten“computer“ (heute Quantensimulator): nutze skalierbares, gut kontrollierbares Quantensystem und simuliere damit Hamilton-Operator eines anderen, weniger kontrollierbaren Systems
- Natur löst Schrödingergleichung, Ergebnis wird durch mehrfache Messung ausgelesen (Gegensatz Quantencomputer: Eine Messung liefert Ergebnis)
- Ultrakalte Atome in optischen Gittern: Quantensimulatoren (externes Potential und Teilchenwechselwirkung variabel) mit Anwendung z.B. für Festkörperphysik, Teilchenphysik und Tests von Gittereichtheorien  $\Rightarrow$  Spielplatz für Theoretiker

# Gliederung

1. Motivation: Quantensimulatoren
2. **Optische Gitter**
3. Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern
4. Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen
5. Quantensimulation eines Antiferromagneten
6. Zusammenfassung und Ausblick

# Optische Gitter

- Hamiltonoperator Atom (Schwerpunktimpuls  $\vec{p}$ , innere atomare Zustände  $|e_j\rangle$ ):

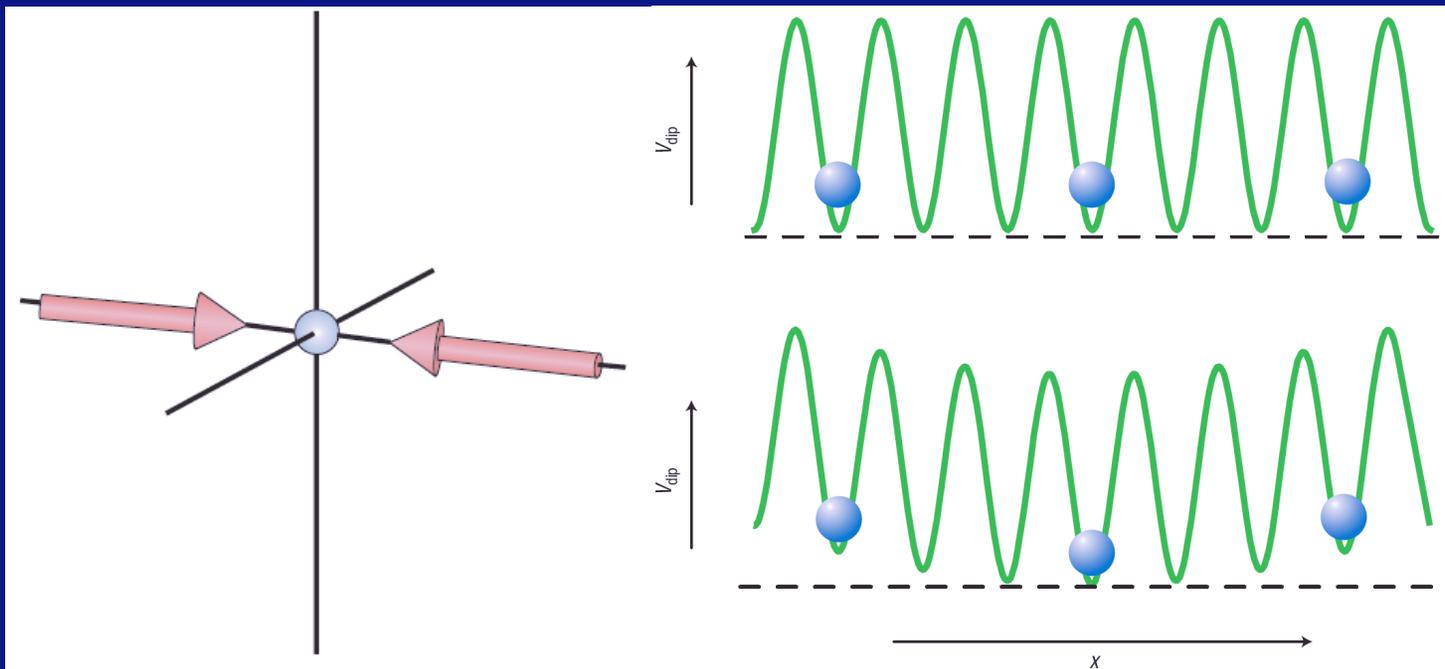
$$\hat{H}_A = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + \sum_j \hbar\omega_j |e_j\rangle \langle e_j|$$

- Annahmen: Atom im Ausgangszustand  $|e_0\rangle = |a\rangle$  (def.  $\omega_a = 0$ ),  
Laserfeld (Frequenz  $\omega_L$ ) stark verstimmt zu allen atomaren Übergängen  $|a\rangle \rightarrow |e_j\rangle$   
und  $\lambda \gg a_{\text{Atom}} \Rightarrow$  Dipolnäherung
- El. Feld  $\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}(\vec{x}) \cos(\omega_L t)$  induziert Dipolmoment  $\vec{\mu}_{\text{ind}} = \alpha(\omega_L) \vec{E}(\vec{x}, t)$
- Dipol wechselwirkt mit elektrischem Feld ( $I(\vec{x})$ : Intensität)  
 $\Rightarrow V_{\text{dip}}(\vec{x}) = - \langle \vec{\mu}_{\text{ind}} \vec{E} \rangle = -\frac{1}{2} \alpha(\omega_L) |\vec{E}(\vec{x})|^2 \propto I(\vec{x})$

$$\hat{H}_{\text{ges}} = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + V_{\text{dip}}(\vec{x})$$

# Optische Gitter

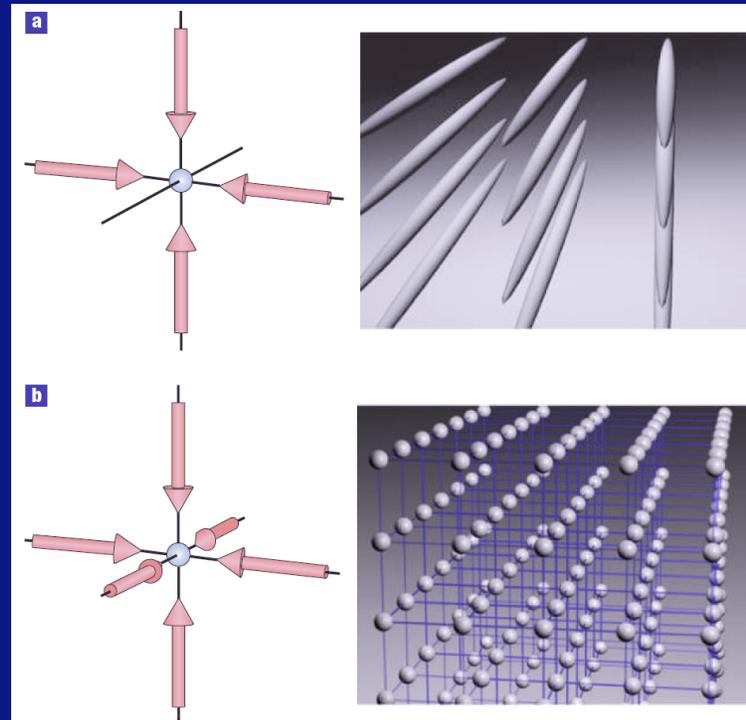
- 1D-Gitter: 2 gegenläufige ebene Wellen  $\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{E}(\vec{x})e^{-i\omega_L t}$  ( $k = \frac{\omega_L}{c}$ ):  
 $\vec{E}_1(\vec{x}) = E\vec{e}e^{ikx}$ ;  $\vec{E}_2(\vec{x}) = E\vec{e}e^{-ikx} \Rightarrow \vec{E}_1(\vec{x}) + \vec{E}_2(\vec{x}) = E\vec{e}(2\cos(kx))$   
 $\Rightarrow V_{\text{dip}}(\vec{x}) \propto I(\vec{x}) \propto |\vec{E}(\vec{x})|^2 \propto \cos^2(kx)$
- Gauß'sches Strahlprofil:  $V_{\text{dip}}(\vec{x}) \propto e^{-2|\vec{x}|^2/w^2(x)} \sin^2(kx)$



I. Bloch, Nature Physics 1, 23 (2005)

# Optische Gitter

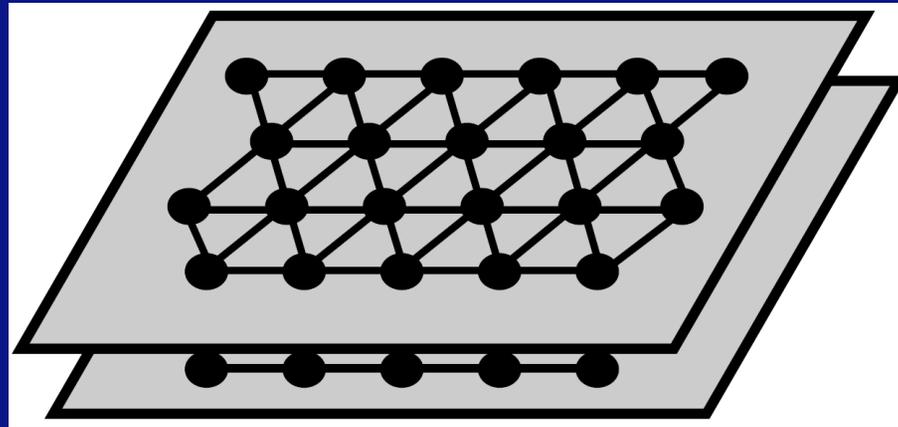
- Optisches 2D-Gitter: 4 Laser, 2 gegenläufige ebene Wellen pro Raumrichtung  
 $V_{\text{dip}}(x, y) \propto \cos^2(kx) + \cos^2(ky) + 2\vec{\epsilon}_1 \cdot \vec{\epsilon}_2 \cos \phi \cos(kx) \cos(ky)$   
Fall  $\vec{\epsilon}_1 \cdot \vec{\epsilon}_2 = 0$ :  $V_{\text{dip}}(x, y) \propto \cos^2(kx) + \cos^2(ky)$
- Optisches 3D-Gitter: 6 Laser, 2 gegenläufige ebene Wellen pro Raumrichtung  
Orthogonale Polarisationen:  $V_{\text{dip}}(\vec{x}) \propto \cos^2(kx) + \cos^2(ky) + \cos^2(kz)$



I. Bloch, Nature Physics 1, 23 (2005)

# Optische Gitter

- Verschiedenste weitere Gitter: z.B 3 Laser in einer Ebene im jeweils  $120^\circ$  Winkel zueinander  $\Rightarrow$  zweidimensionales Dreiecksgitter



D.Jaksch und P.Zoller, *Ann. Phys.* 315, 52 (2004)

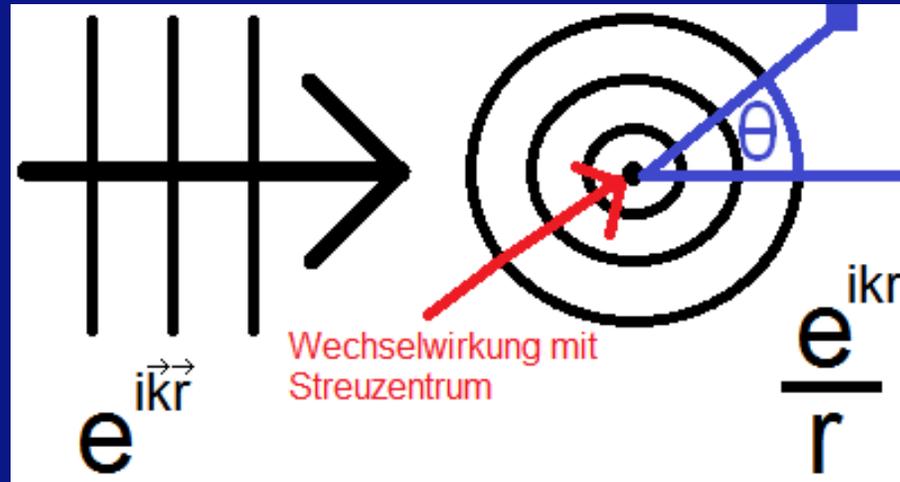
- Besetzung des optischen Gitters: Laserkühlung von Atomen in Falle  $\Rightarrow T < 10^{-3}K$   
Grenzfälle der Bose-Einstein- (Bosonen) bzw. Fermi-Dirac-Statistik (Fermionen):  
Alle Bosonen im energieärmsten Zustand (BEC), Fermionen minimieren Energie unter Berücksichtigung des Pauli-Verbots
- Nach Kühlung: langsames Einschalten des optischen Gitters

# Gliederung

1. Motivation: Quantensimulatoren
2. Optische Gitter
3. **Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern**
4. Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen
5. Quantensimulation eines Antiferromagneten
6. Zusammenfassung und Ausblick

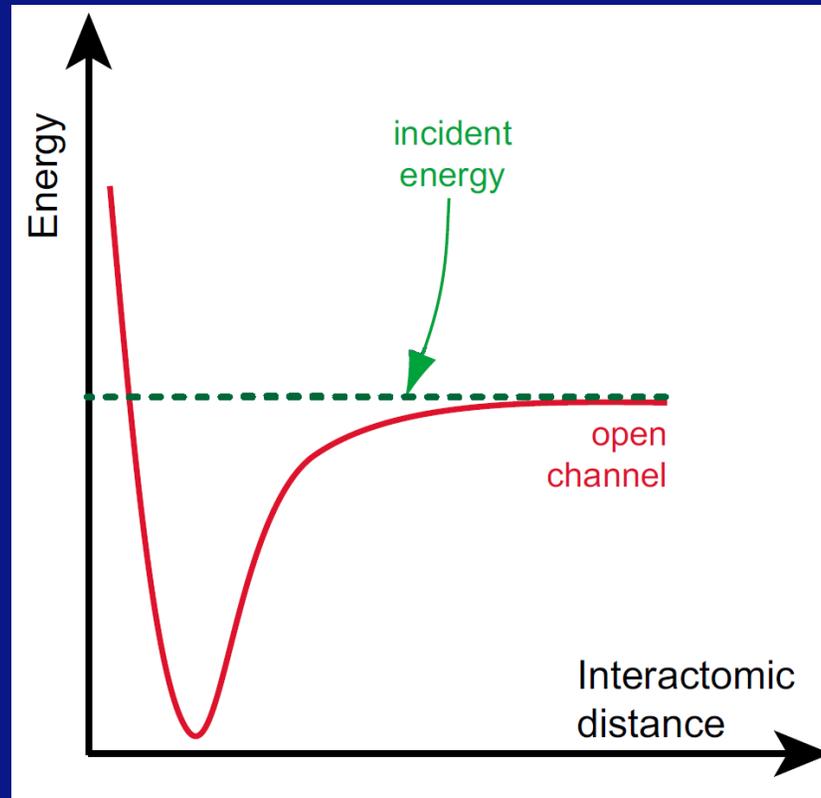
# Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern

- 2 Atome streuen, 1 Atom Zentrum  $\vec{x} = \vec{0}$ , Wechselwirkung  $V(\vec{x})$



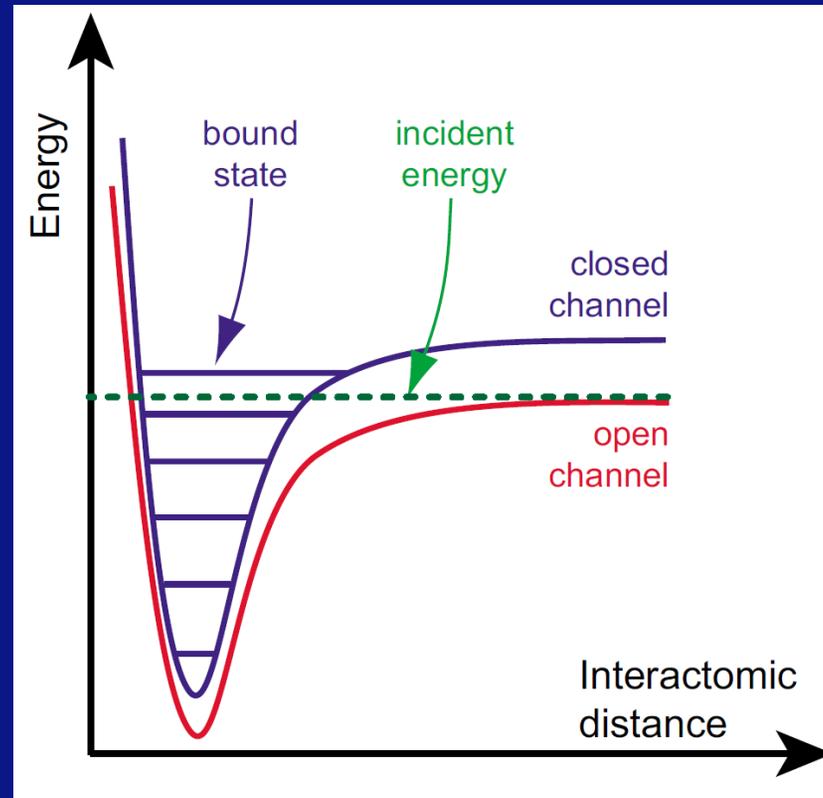
- Ansatz:  $\Psi (|\vec{x}| \rightarrow \infty) = e^{i\vec{k}\vec{r}} + f(\Theta, \varphi) \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r}$
- Diff. Streuquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\Theta, \varphi)|^2 \Rightarrow$  Streuquerschnitt  $\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$
- Ultrakalte Atome:  $\vec{k} \rightarrow 0, \sigma \rightarrow 4\pi a^2$  ( $a$ : Streulänge)
- $\sigma$  und  $a$  sind Maß für Wechselwirkung - Bosonen:  $U = 4\pi \frac{a}{m}$

# Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern



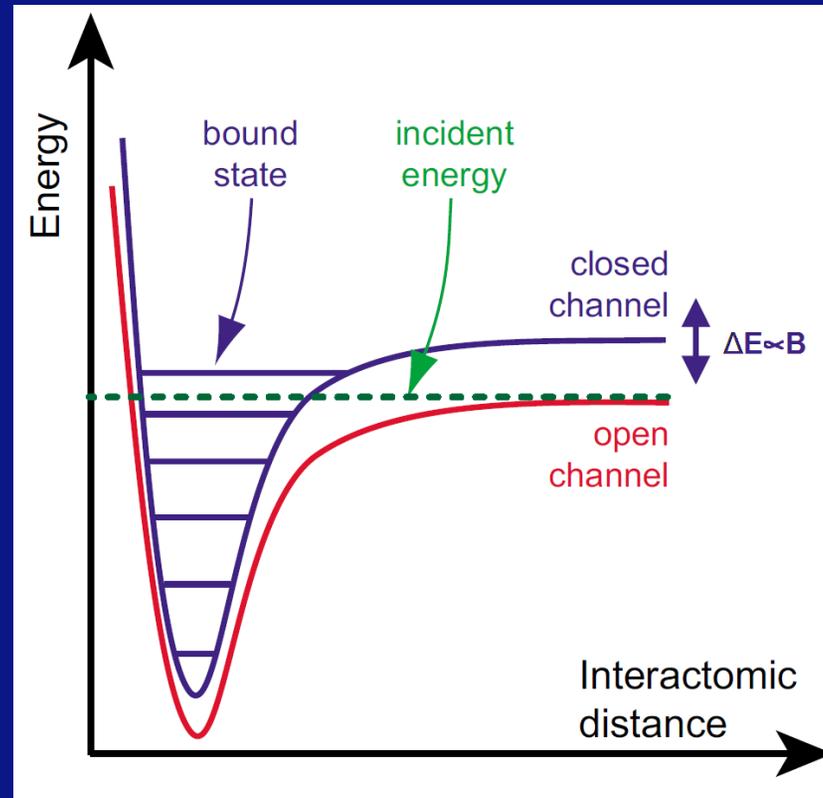
Bloch, Dalibard und Zwerger, Rev. Mod. Phys. 80, 885 (2008)

# Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern



Bloch, Dalibard und Zwerger, Rev. Mod. Phys. 80, 885 (2008)

# Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern

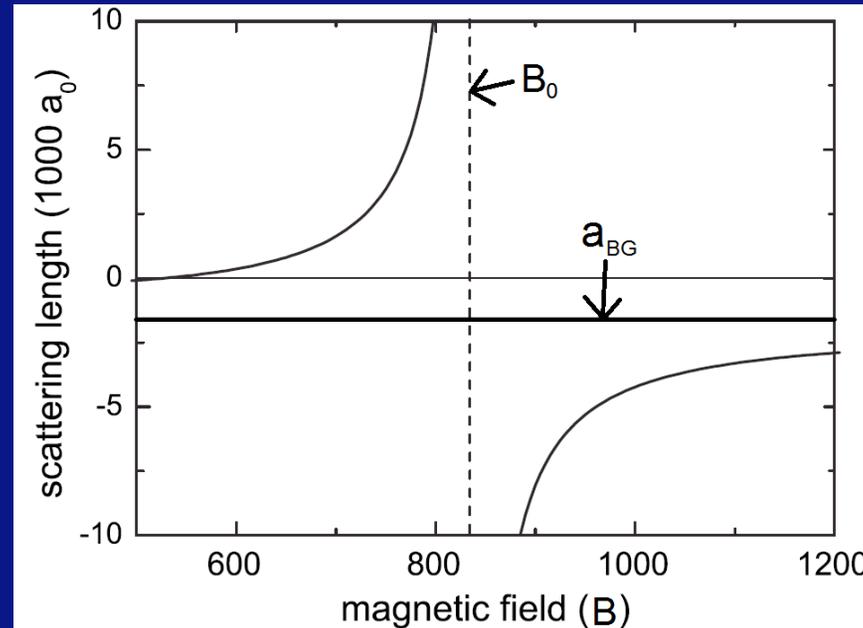


Bloch, Dalibard und Zwerger, Rev. Mod. Phys. 80, 885 (2008)

- Gebundener Molekülzustand energetisch verboten, aber: mittels konst. hom. Magnetfeld (Zeeman-Effekt:  $\Delta E \propto B$ ) kann Potential verschoben und Molekülzustand energetisch erlaubt werden  $\Rightarrow$  magnetische Feshbach-Resonanz

# Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern

- Streulänge  $a$  bei Feshbach-Resonanz:  $a(B) = a_{\text{BG}} \left[ 1 - \frac{\Delta B}{B - B_0} \right]$



Bloch, Dalibard und Zwerger, Rev. Mod. Phys. 80, 885 (2008)

⇒ Wechselwirkungsenergie  $U \propto a$  einstellbar

- Chrom-Atome: Dipol-Dipol-WW wichtig (Analogie zur Spin-Spin-WW)
- Im Folgenden: **Bosonen**; Fermionen ebenso möglich

# Gliederung

1. Motivation: Quantensimulatoren
2. Optische Gitter
3. Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern
4. **Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen**
5. Quantensimulation eines Antiferromagneten
6. Zusammenfassung und Ausblick

# Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen

- Periodisches Potential  $V(\vec{x}) \Rightarrow$  Bandstruktur, Energiebänder ( $n$ )

$$\left( \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + V(\vec{x}) \right) \psi_{\vec{q}}^{(n)}(\vec{x}) = E_q^{(n)} \psi_{\vec{q}}^{(n)}(\vec{x})$$

- Bloch-Wellenfunktionen  $\psi_{\vec{q}}^{(n)}(\vec{x}) = e^{i\vec{q}\vec{x}/\hbar} u_{\vec{q}}^{(n)}(\vec{x})$
- $u_{\vec{q}}^{(n)}(\vec{x})$  haben gleiche Periodizität wie  $V(\vec{x})$

$\Rightarrow$  Problem: Bloch-Wellenfunktionen komplett delokalisiert

- Alternative: Wannier-Funktionen, maximal auf Gitterplätze  $\vec{x}_i$  lokalisiert:

$$\omega_n(\vec{x} - \vec{x}_i) = N^{-1/2} \sum_{\vec{q}} e^{-i\vec{q}\vec{x}_i/\hbar} \psi_{\vec{q}}^{(n)}(\vec{x})$$

# Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen

- Schwach wechselwirkendes Bosegas:

$$\hat{H} = \int d^3x \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) \left( \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + V_{\text{dip}}(\vec{x}) \right) \hat{\Psi}(\vec{x}) + \frac{g}{2} \int d^3x \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) \hat{\Psi}^\dagger(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x}) \hat{\Psi}(\vec{x})$$

- Entwicklung  $\hat{\Psi}(\vec{x}) = \sum_i \hat{a}_i \omega_0(\vec{x} - \vec{x}_i)$

Nur nächste Nachbarn tunneln & Wechselwirkung nur innerhalb des selben Gitterplatzes

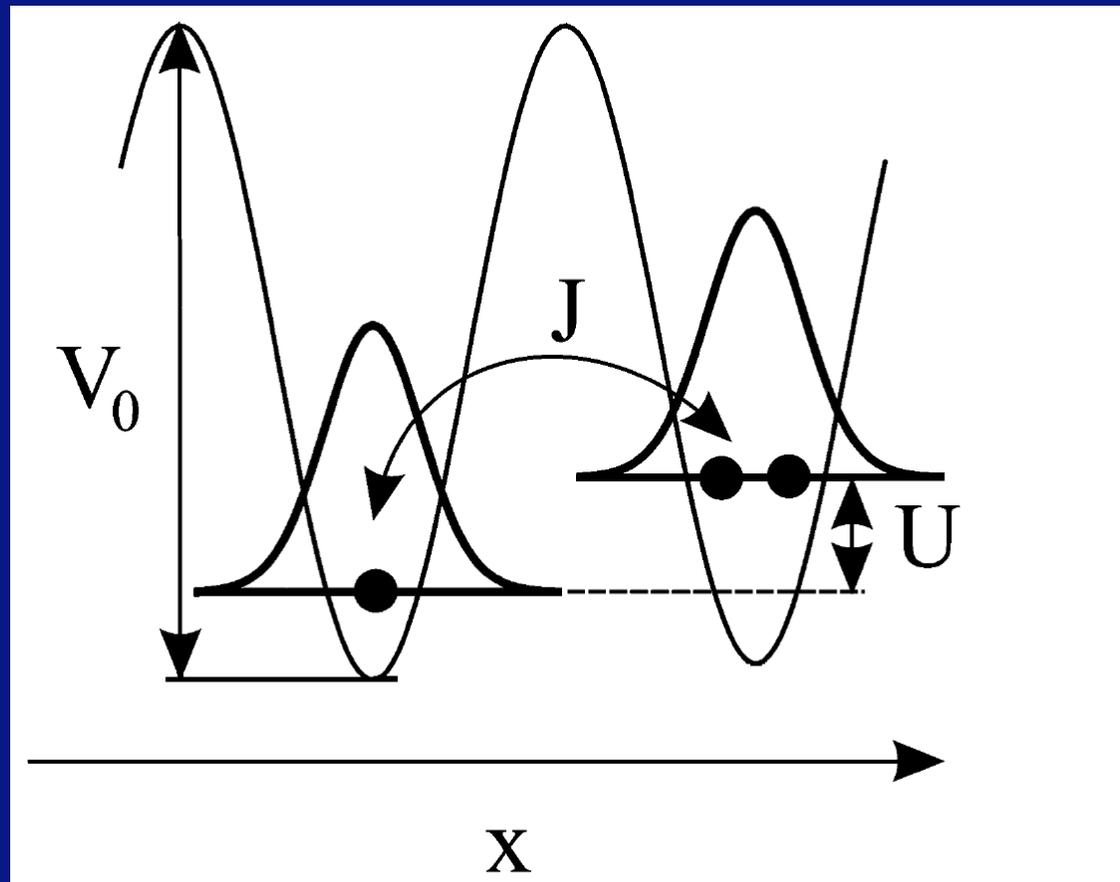
$$\hat{H}_{\text{BH}} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{2} U \sum_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \hat{a}_i$$

$$J = - \int d^3x \omega_0(\vec{x} - \vec{x}_i) \left( \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + V_{\text{dip}}(\vec{x}) \right) \omega_0(\vec{x} - \vec{x}_j)$$

$$U = 4\pi \frac{a}{m} \hbar^2 \int |\omega_0(\vec{x})|^4 d^3x$$

# Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen

$$\hat{H}_{\text{BH}} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{2} U \sum_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \hat{a}_i$$



D.Jaksch und P.Zoller, Ann. Phys. 315, 52 (2004)

# Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen

$$\hat{H}_{\text{BH}} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \frac{1}{2} U \sum_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \hat{a}_i$$

- Grundzustand für  $U \ll J$  (N Teilchen, M Gitterplätze): **Superfluid**

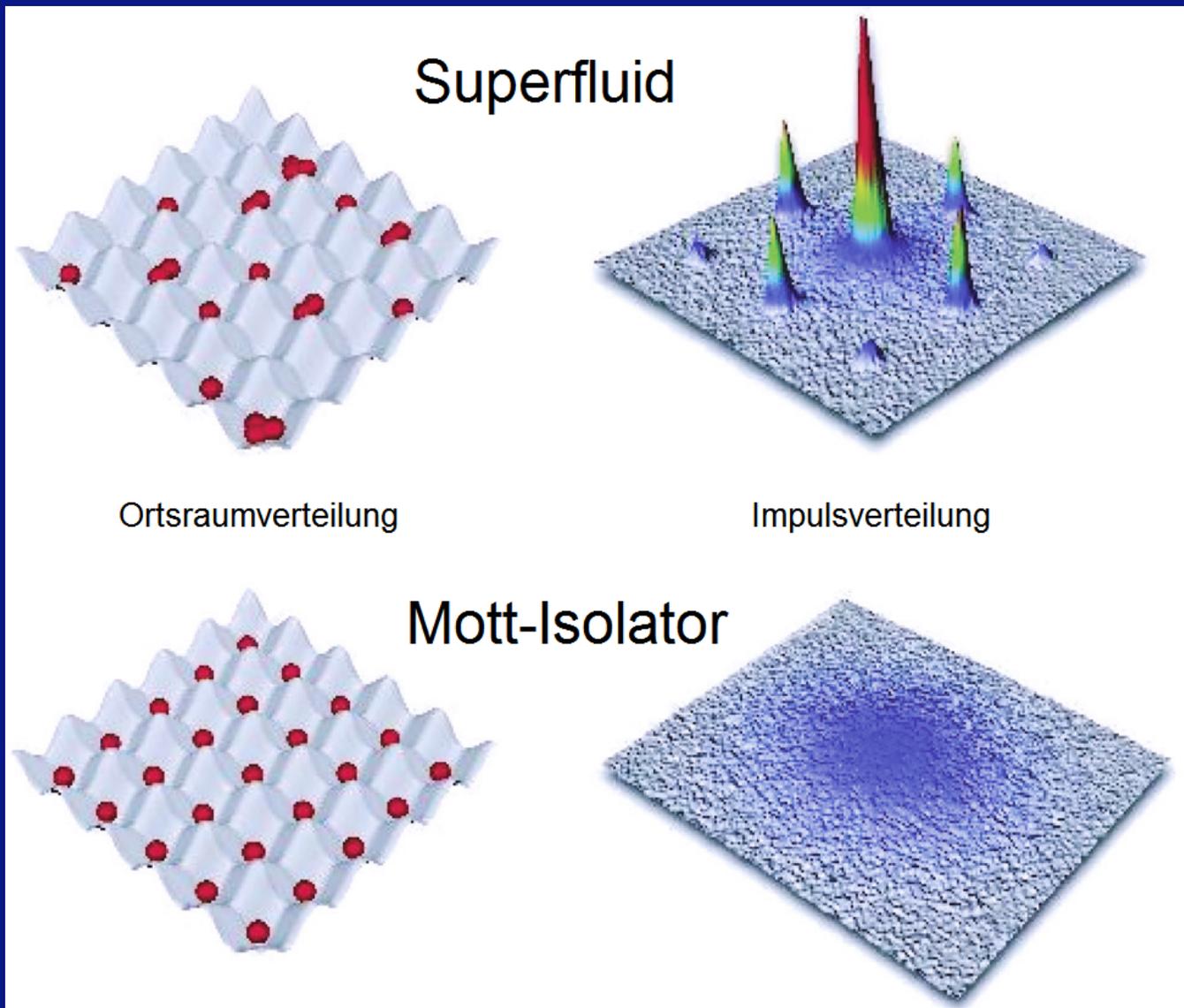
$$|\Psi_{\text{SF}}\rangle \propto \left( \sum_{i=1}^M \hat{a}_i^\dagger \right)^N |0\rangle$$

- Teilchen delokalisiert über gesamtes Gitter (kohärente Materiewelle)
- Anzahl der Teilchen am Gitterplatz  $\vec{x}_i$  zufällig, Poisson-verteilt
- Grundzustand für  $U \gg J$  (n Teilchen / Gitterplatz, M Gitterplätze): **Mott-Isolator**

$$|\Psi_{\text{MI}}\rangle \propto \prod_{i=1}^M \left( \hat{a}_i^\dagger \right)^n |0\rangle \propto |nnn\dots n\rangle$$

- Teilchen maximal lokalisiert, immer n-Teilchen an jedem Gitterplatz
- Übergang von Superfluid zu Mott-Isolator für 3D-System bei ca.  $U/J \approx 5,6Z$   
(Z: Koordinationszahl)

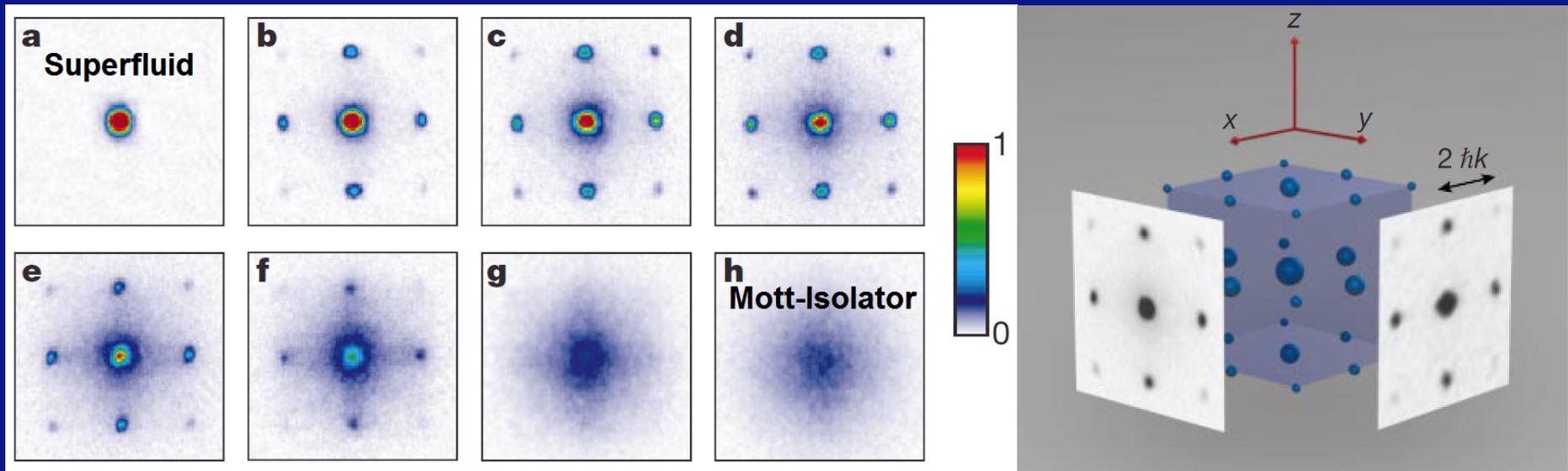
# Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen



I. Bloch, Physics World 17, 25 (2004)

# Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen

- Superfluid  $\rightarrow$  Mott-Isolator Phasenübergang lange vorhergesagt, **erstmalige Messung** mittels ultrakalter Atome in optischen Gittern!
- Superfluid  $\rightarrow$  Mott-Isolator Übergang durch Erhöhung der „Potentialberge“ des Gitters  
Plötzliches Abschalten des Gitterpotentials und Aufnahme eines Absorptionbildes (entspricht Impulsverteilung)  $\Rightarrow$  direkte Messung des Phasenübergangs



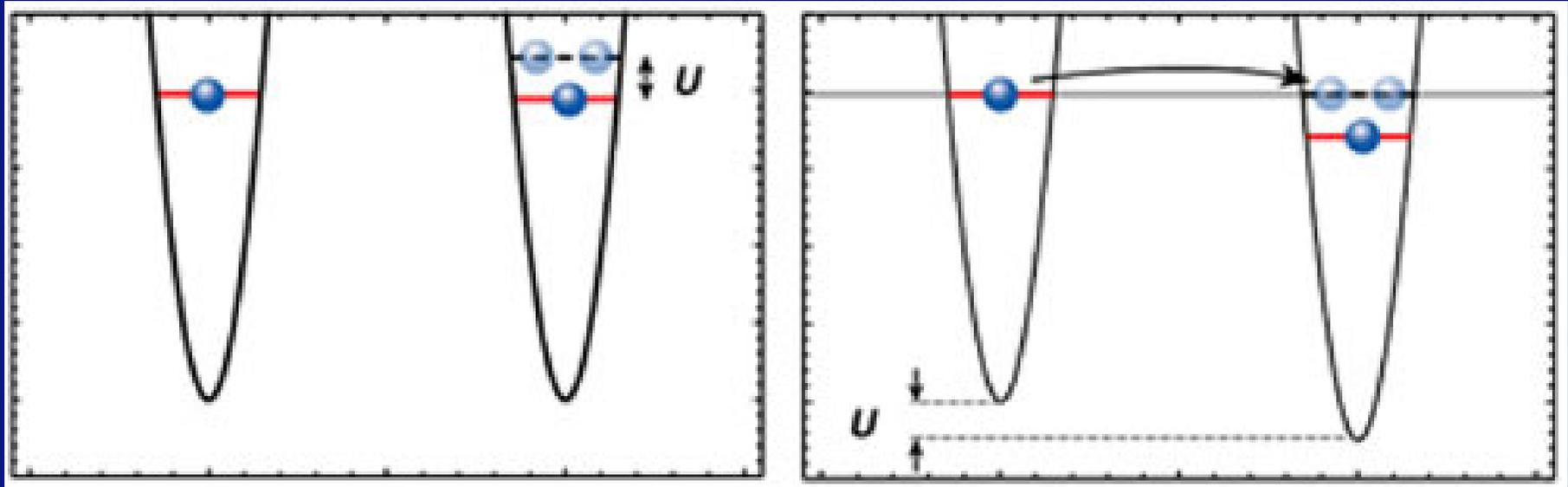
M. Greiner et al., Nature 415, 39 (2002)

# Gliederung

1. Motivation: Quantensimulatoren
2. Optische Gitter
3. Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern
4. Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen
5. **Quantensimulation eines Antiferromagneten**
6. Zusammenfassung und Ausblick

# Quantensimulation eines Antiferromagneten

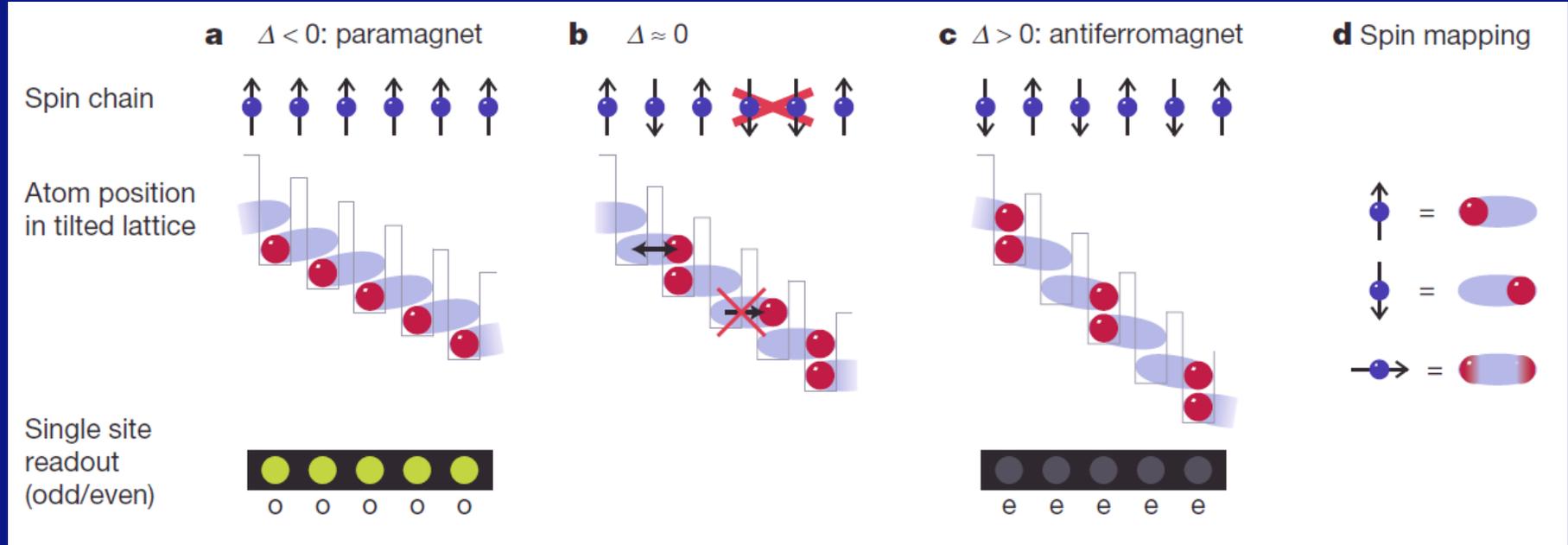
- Mott-Isolator und ein Atom / Gitterplatz:



Bloch und Greiner, *Adv. At. Mol. Phys.* 52, 1 (2005)

- Idee: Identifiziere „nicht getunneltes Atom“ = „Spin-Up“ und „getunneltes Atom“ = „Spin-Down“ und senke das Gitterpotential mittels Magnetfeld ab
- Übergang Paramagnetismus  $\Rightarrow$  Antiferromagnetismus, wenn Absenkung für Tunneln ausreicht

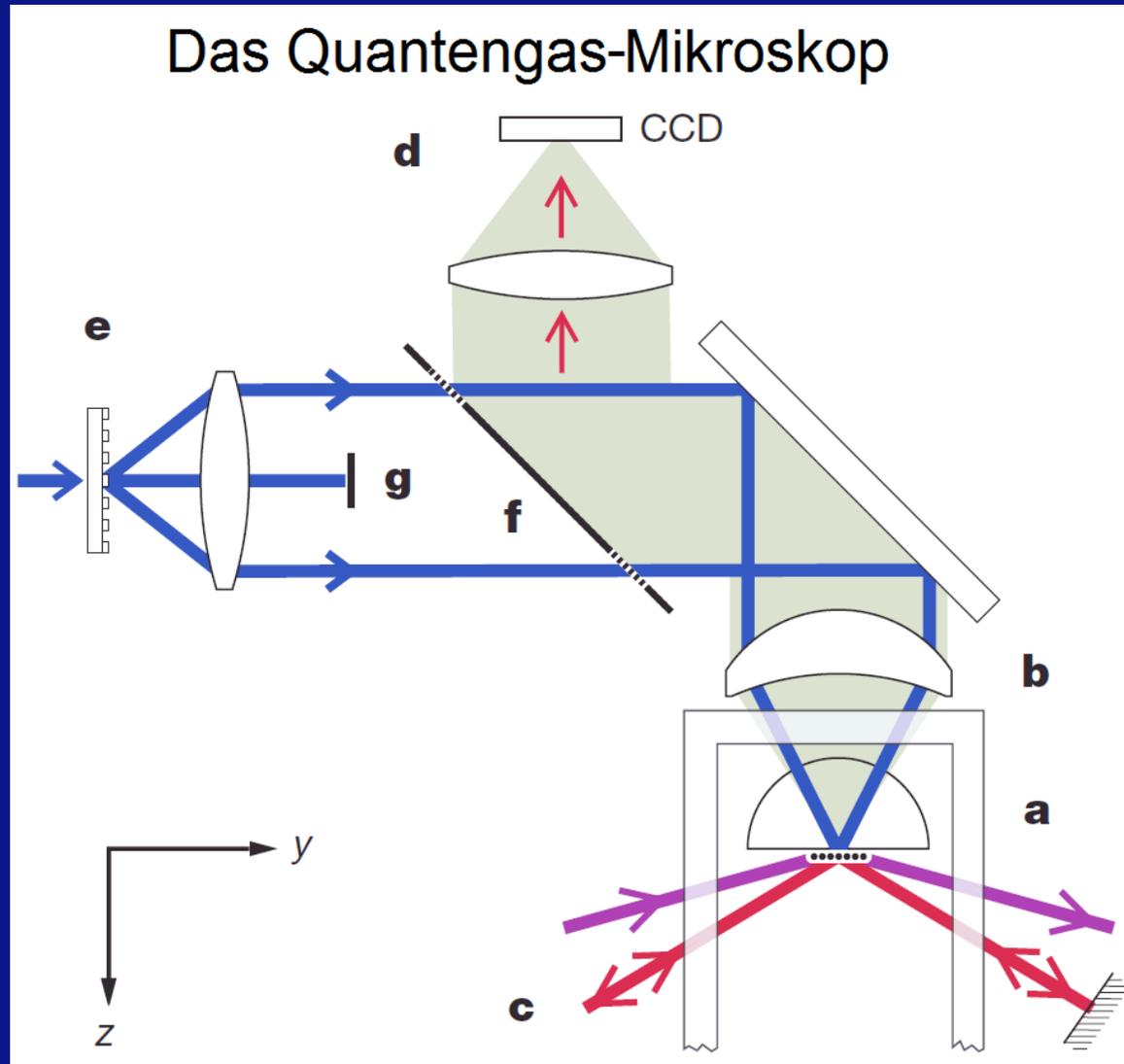
# Quantensimulation eines Antiferromagneten



Jonathan et al., Nature 472, 307 (April 2011)

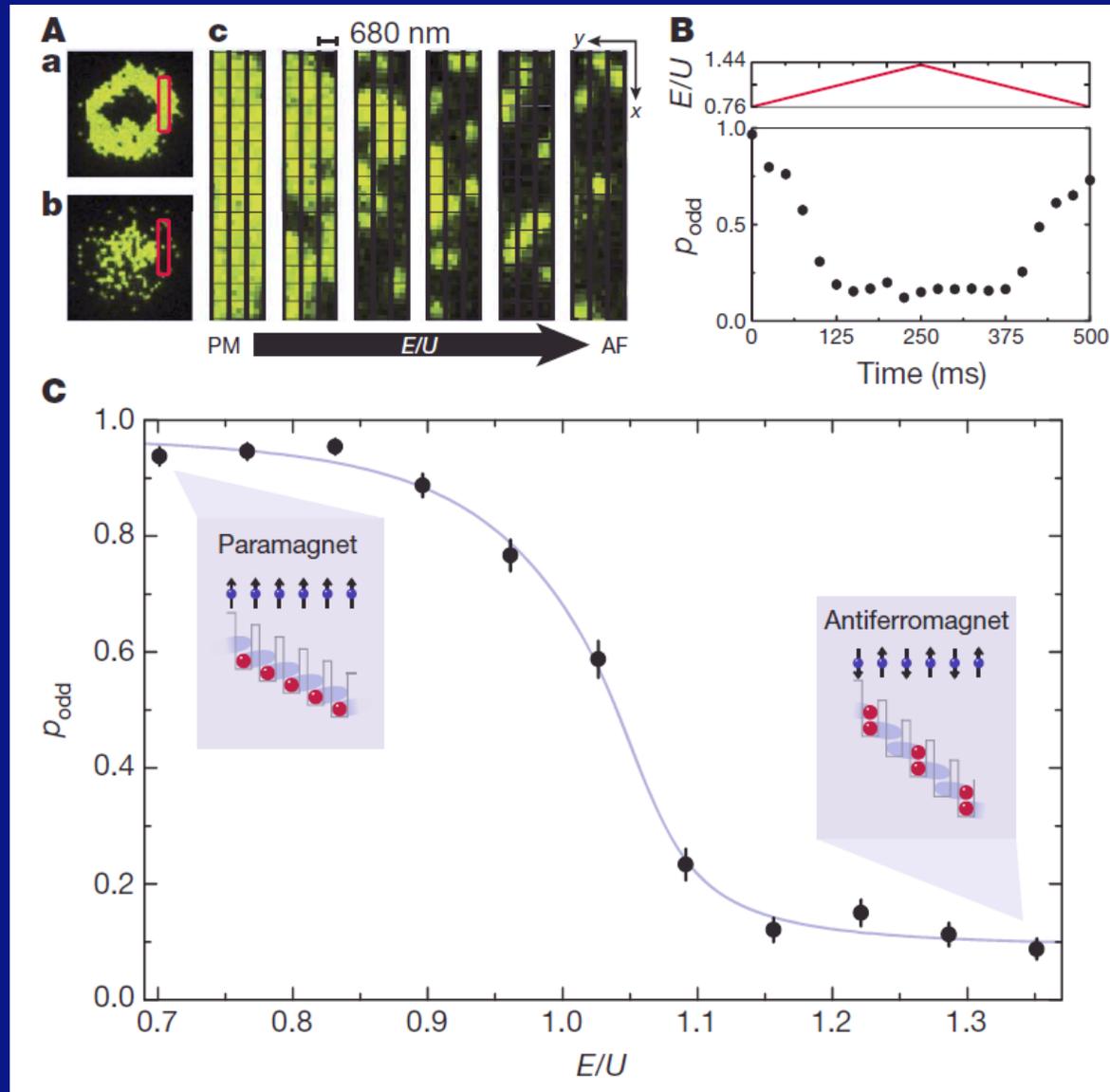
- Experiment:  $^{87}\text{Rb}$ -Atome in effektivem 2D-Gitter mit  $U \gg J$  (Mott-Isolator) und Gitterabstand  $a = 680 \text{ nm}$
- Messung: Quantengas-Mikroskop ist sensitiv auf Parität an jedem Gitterplatz, d.h. Paramagnet: 1 Atom pro Gitterplatz  $\Rightarrow$  komplett helle Region, Antiferromagnet: Besetzung 2-0-2-0 komplett dunkle Region

# Quantensimulation eines Antiferromagneten



Bakr et al., Nature 462, 74 (2009)

# Quantensimulation eines Antiferromagneten



Jonathan et al., Nature 472, 307 (April 2011)

# Gliederung

1. Motivation: Quantensimulatoren
2. Optische Gitter
3. Wechselwirkung von Atomen in optischen Gittern
4. Das Bose-Hubbard-Modell für wechselwirkende Bosonen
5. Quantensimulation eines Antiferromagneten
6. **Zusammenfassung und Ausblick**

# Zusammenfassung und Ausblick

- Ultrakalte Atome in optischen Gittern: Skalierbare, gut kontrollierbare Systeme mit variablem ext. Potential und variabler Teilchen-Teilchen-Wechselwirkung
- Quantengas-Mikroskop ermöglicht Messung einzelner Gitterplätze
- Gutes mikroskopisches Verständnis der erzeugten Hamilton-Operatoren  $\Rightarrow$  theoretisch gut behandelbar, im Experiment weniger u.U. unerwartete Störeffekte (vgl. Festkörperphysik)
- Als Quantensimulatoren vielseitig einsetzbar: Simulation schwer beobachtbarer Phasenübergänge (nicht mit klass. Computern möglich!), Untersuchung von Modell-Hamiltonoperatoren (Proof of Principle), in quasi-zufälligen optischen Gittern auch ungeordnete Systeme simulierbar
- Durch „Mapping“ z.B. eines räumlichen Freiheitsgrades auf einen Spinfreiheitsgrad sehr flexibel, auch Spinsysteme / Ising-Modelle realisierbar
- Mögliche Realisierung eines Quantencomputers mit ultrakalten Atomen in optischen Gittern - Hauptproblem: Schwierigkeit, einzelne Atome zu adressieren

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

## Literatur

### Ultrakalte Atome in optischen Gittern

- Jaksch und Zoller, Ann. Phys. 315, 52 (2004)
- Bloch, Nature Physics 1, 23 (2005)
- Bloch und Greiner, Adv. At. Mol. Phys. 52, 1 (2005)
- Lewenstein et al., Adv. Phys. 56, 2 (2007)
- Bloch, Dalibard und Zwerger, Rev. Mod. Phys. 80, 885 (2008)
- I. Bloch, Physics World 17, 25 (2004)

### Vorgestellte Experimente

- M. Greiner et al., Nature 415, 39 (2002)
- Bakr et al., Nature 462, 74 (2009)
- Jonathan et al., Nature 472, 307 (April 2011)